

### 3. Principi telekomunikacionih mreža

Prof.dr Igor Radusinović

igorr@ucg.ac.me

dr Slavica Tomović

slavicat@ucg.ac.me

### Principi telekomunikacionih mreža

- ❑ Dijeljenje resursa
- ❑ Performanse telekomunikacione mreže
- ❑ Skalabilnost
- ❑ Arhitekture aplikacija

## Principi telekomunikacionih mreža

### Dijeljenje resursa

- Korisnici nijesu uvijek aktivni na mreži tako da **neprekidna dodjela resursa nije efikasna**.
- Neka 1000 korisnika dijeli link kapaciteta  $C$ , pri čemu je jedan korisnik prosječno aktivan 1% vremena.
  - Prethodno znači da je od 1000 korisnika prosječno aktivno svega 10.
  - Svakom aktivnom korisniku je u prosjeku na raspolaganju kapacitet od  $C/10$  što je 100 puta više od  $C/1000$  koliko bi imao ukoliko bi svi korisnici bili aktivni.
  - Vrijednost 100 predstavlja **dobitak multipleksiranja** i predstavlja unapređenje koja se dobija dijeljenjem linka (resursa).

## Principi telekomunikacionih mreža

### Performanse

- Kapacitet linka
- Brzina prenosa
- Kašnjenje
- Gubici
- Propusnost
- Red čekanja
- Stohastički procesi
- Poasonov dolazni process
- Markovljev lanac rađanja i umiranja
- Little-ova formula
- M/M/1

## Principi telekomunikacionih mreža

### Kapacitet linka

- Fizička karakteristika linka
- Kapacitet linka zavisi od
  - Propusnog opsega linka
  - Nivoa šuma na linku
- Šenonova formula
  - $C = W \log_2(1 + SNR)$
  - $W$  je propusni opseg linka
  - SNR je odnos snaga signala i šuma
  - $C$  je Šenonov kapacitet linka ili teorijski maksimalna moguća brzina prenosa na linku

## Principi telekomunikacionih mreža

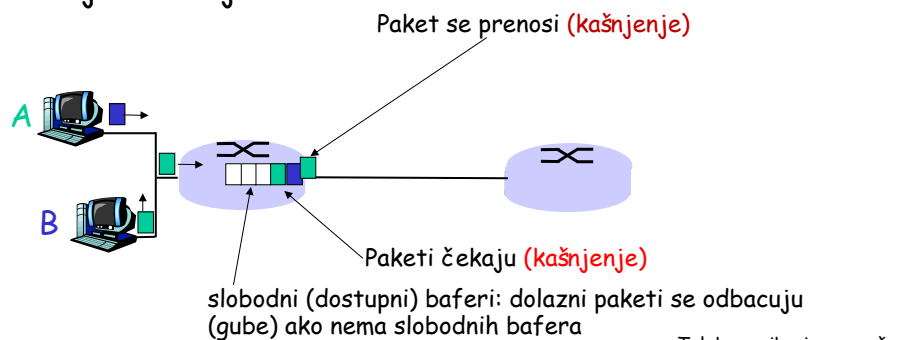
### Brzina prenosa

- Link se može okarakterisati brzinom prenosa i predstavlja broj bita koje može prenijeti u jedinici vremena.
- ADSL konekcija ima dvije brzine:
  - *Uplink* (nekoliko Mb/s)
  - *Downlink* (nekoliko desetina Mb/s)
- Brzina od 100 Mb/s znači da predajnik može poslati paket od 100000000 bita za 1 s.
- Za koliko se može poslati 100MB?
- U praksi protokoli obavljajući funkcije telekomunikacione mreže mogu unositi prekide u prenosu paketa tako da je brzina prenosa uvijek manja od kapaciteta linka.

## Principi telekomunikacionih mreža

### Kašnjenje

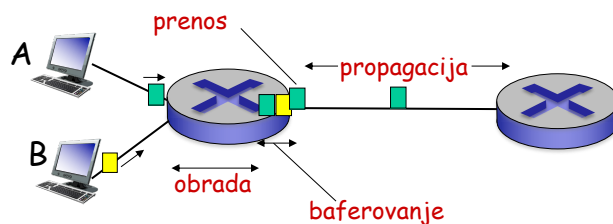
- Paketi se smještaju u red čekanja (*queue*) u baferima rutera
- Dolazna brzina paketa je približna ili prevazilazi kapacitet odlaznog linka
- Paketi čekaju na slanje



7

## Principi telekomunikacionih mreža

### Kašnjenje



$$d = d_{\text{obrade}} + d_{\text{baferovanja}} + d_{\text{prenosa}} + d_{\text{propagacije}}$$

$d_{\text{obrada}}$ : obrada paketa

- Provjera greške
- Izbor izlaznog linka
- Tipično je manja od ms

$d_{\text{baferovanje}}$ : čekanje u baferu

- Vrijeme čekanja pri odlasku na link
- Zavisí od nivoa zagušenja

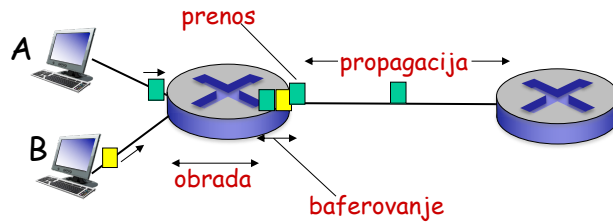
Telekomunikacione mreže

3-8

8

# Principi telekomunikacionih mreža

## Kašnjenje



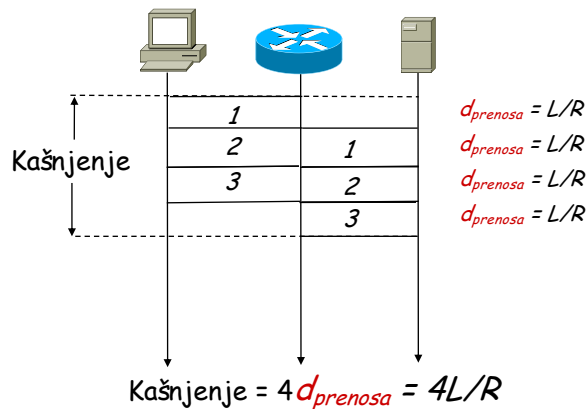
$$d = d_{\text{obrada}} + d_{\text{baferovanje}} + d_{\text{prenosa}} + d_{\text{propagacije}}$$

- $d_{\text{prenosa}}$ : kašnjenje uslijed prenosa:
    - $L$ : veličina paketa (b)
    - $R$ : kapacitet linka (b/s)
    - $d_{\text{prenosa}} = L/R$
  - $d_{\text{propagacije}}$ : kašnjenje uslijed propagacije:
    - $d$ : dužina linka
    - $s$ : brzina svjetlosti ( $\sim 2 \times 10^8$  m/s)
    - $d_{\text{propagacije}} = d/s$
- $\longleftarrow d_{\text{prenosa}}$  i  $d_{\text{propagacije}} \longrightarrow$  se razlikuju

# Principi telekomunikacionih mreža

## Kašnjenje

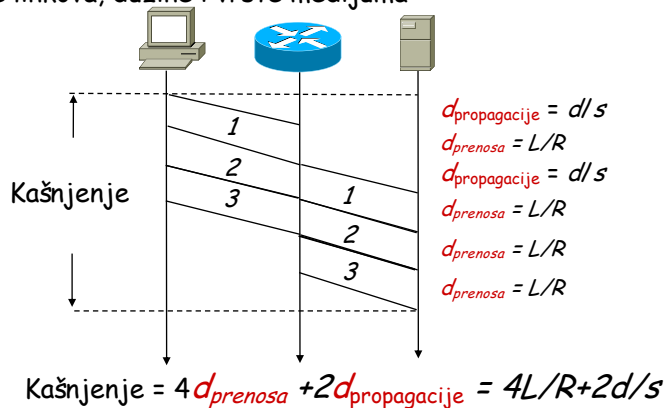
1. Postoji samo kašnjenje uslijed prenosa



## Principi telekomunikacionih mreža

### Kašnjenje

2. Postoje kašnjenje uslijed prenosa i kašnjenje uslijed propagacije (jednake brzine linkova, dužine i vrste medijuma)



Telekomunikacione mreže

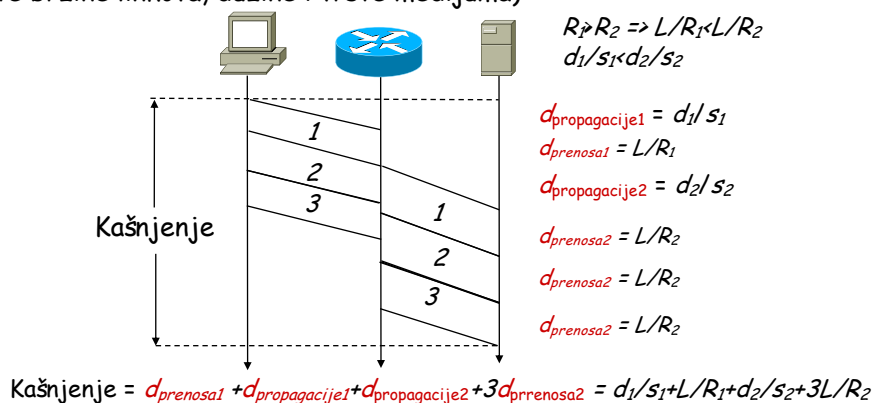
3-11

11

## Principi telekomunikacionih mreža

### Kašnjenje

3. Postoje kašnjenje uslijed prenosa i kašnjenje uslijed propagacije (različite brzine linkova, dužine i vrste medijuma)



Telekomunikacione mreže

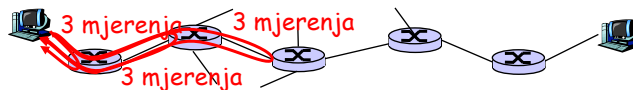
3-12

12

## Principi telekomunikacionih mreža

### Kašnjenje

- Kako izgledaju “realna” Internet kašnjenja & gubici?
- **Traceroute:** daje rezultate mjerenja kašnjenja od izvora do rutera duž Internet rute od kraja izvora do kraja do destinacije. Za svaki *i-ti* pokušaj:
  - šalje tri paketa koji će dostići ruter *i* na putu do destinacije
  - ruter *i* će vratiti paket pošiljaocu
  - pošiljalac mjeri vrijeme između slanja i odgovora.



[www.traceroute.org](http://www.traceroute.org)

Telekomunikacione mreže

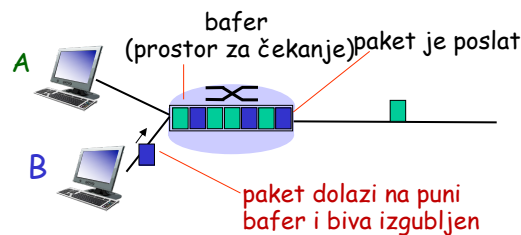
3-13

13

## Principi telekomunikacionih mreža

### Gubici

- Red čekanja (bafer) ima konačan kapacitet
- Kada paket dođe do popunjenog reda čekanja paket se odbacuje (gubitak)
- Izgubljeni paket se može ponovo poslati od strane prethodnog čvora, ili izvorišnog krajnjeg sistema ili se ponovo ne šalje



Telekomunikacione mreže

3-14

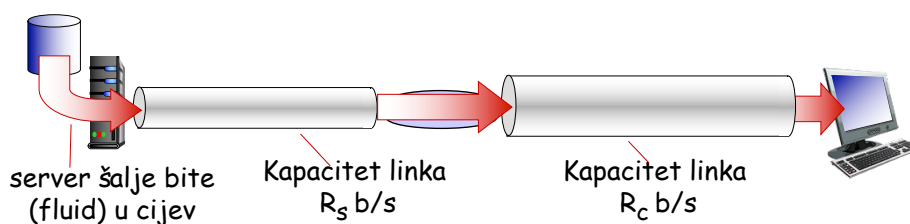
14

## Principi telekomunikacionih mreža

### Propusnost

□ brzina (b/s) kojom se biti prenose od pošiljaoca do destinacije

- *trenutna*: brzina u posmatranom trenutku
- *srednja*: prosječna brzina tokom dužeg intervala



Telekomunikacione mreže

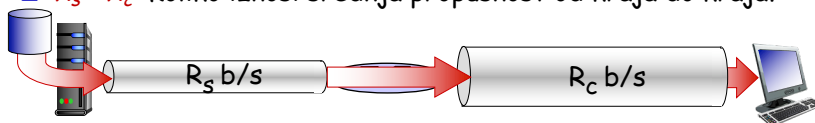
3-15

15

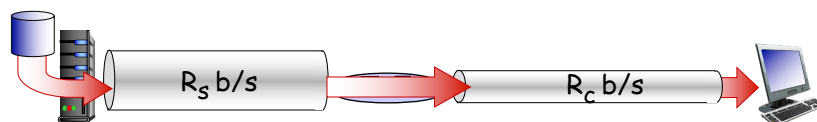
## Principi telekomunikacionih mreža

### Propusnost

□  $R_s < R_c$  Koliko iznosi srednja propusnost od kraja do kraja?



□  $R_s > R_c$  Koliko iznosi srednja propusnost od kraja do kraja?



*"bottleneck" link*

link koji ograničava propusnost

Telekomunikacione mreže

3-16

16

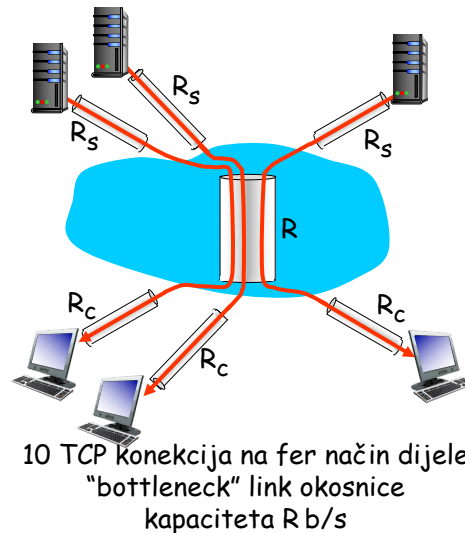


## Principi telekomunikacionih mreža

### Propusnost

- Propusnost po TCP konekciji:  $\min(R_c, R_s, R/10)$
- U praksi:  $R_c$  ili  $R_s$  je obično "bottleneck"

Na propusnost utiču i protokoli!



Telekomunikacione mreže

3-17

17

## Principi telekomunikacionih mreža

### Red čekanja

U telekomunikacionim mrežama veoma često dolazi do **kolizije** vezane za određeni resurs. Tipični su primjeri:

- Dolazni telefonski pozivi na telefonsku centralu koja ih mora usmjeriti prema ograničenom broju odlaznih linkova.
- Dolazni paketi na ulaze komutatora paketa koji treba da ih proslijedi na odgovarajući izlaz.

Zahtjevi za zauzimanjem resursa telekomunikacione mreže mogu biti posledica jednog ili više procesa koji dijele isti prenosni resurs. Ako nema dovoljno resursa za ostvarivanje njihovog simultanog prenosa svi ovi slučajevi uključuju formiranje redova čekanja paketa ili poziva.

Telekomunikacione mreže

3-18

18

## Principi telekomunikacionih mreža

### Red čekanja

Tipični problemi u kojima se koristi teorija redova čekanja su:

- **Analiza performansi bafera** na prenosnim kapacitetima i njihovo dimenzionisanje
- **Planiranje mreže** (planiranje kapaciteta sistema koji povezuju mrežna čvorišta)
- **Utvrđivanje performansi protokola kontrole pristupa** za različite korisnike koji se takmiče za isti resurs

## Principi telekomunikacionih mreža

### Red čekanja

- Specijalni slučaj **stohastičkog procesa** opisan **stanjem  $X(t)$** , koje predstavlja broj zahtjeva (paketa ili poziva) smještenih u redu čekanja u trenutku  $t$ .
- Opisuje se **dolaznim procesom, načinom izbora zahtjeva za posluživanje i procesom posluživanja.**

## Principi telekomunikacionih mreža

### Stohastički proces

- se identifikuje različitim raspodjelama slučajne promjenljive  $X$  u različitim trenucima vremena.
- opisuje se sa:
  - **Prostorom stanja**, koji predstavlja skup mogućih vrijednosti slučajne promjenljive  $X(t)$ .
    - kontinualan ili
    - diskretan (u tom slučaju se stohastički proces zove lancem - chain).
  - **Promjenljivoj vremenu** koja pripada
    - kontinualnom ili
    - diskretnom skupu.
  - **Korelacionim karakteristikama** slučajne promjenljive  $X(t)$  u različitim trenucima vremena.

Telekomunikacione mreže 3-21

21

## Principi telekomunikacionih mreža

### Stohastički proces

- Opisuje se **funkcijom raspodjele** koja se dobija kao **združena raspodjela** u različitim trenucima vremena  $t_i$  i za različite vrijednosti  $x_i$ .

$$F_X(x, t) = P(X(t_1) \leq x_1, X(t_2) \leq x_2, \dots, X(t_n) \leq x_n)$$

- Proces je **stacionaran u striktnom smislu** ako za bilo koje  $x, t$  i  $\tau$  važi

$$F_X(x, t + \tau) = F_X(x, t)$$

Funkcija raspodjele vjerovatnoća  
je invarijantna na privremene  
translacije

Telekomunikacione mreže 3-22

22

## Principi telekomunikacionih mreža

### Stohastički proces

- Proces je stacionaran u širem smislu ako **srednja vrijednost**  $E[X(t)]$  ne zavisi od  $t$ , a **korelacija**  $E[X(t)X(t+\tau)]$  ne zavisi od  $\tau$ .
- Proces je **nezavisan** ako važi:

$$F_X(x, t) = P(X(t_1) \leq x_1)P(X(t_2) \leq x_2) \dots P(X(t_n) \leq x_n)$$

- Slična relacija važi za **funkciju gustine raspodjele**.
- Za nezavisan slučajan proces važi da su slučajne promjenljive u različitim trenucima vremena **potpuno nekorelisane**.

## Principi telekomunikacionih mreža

### Stohastički proces

- Specijalan slučaj je **Markovljev lanac** gdje slučajna promjenljiva uzima samo **diskretne vrijednosti**, pri čemu stanje  $X[t_{n+1}]$  zavisi samo od stanja  $X[t_n]$  u neposrednom prethodnom trenutku.
- Lanac se razvija u vremenu tranzicijama između stanja.
- Razvoj stohastičkog procesa se **opisuje vrijednostima stanja u posmatranom trenutku, a ne u vremenu provedenom u tom stanju**. Ova **memoryless** osobina je garantovana **eksponencijalnom raspodjelom vremena boravka** u određenom stanju za kontinualni lanac (**geometrijskom raspodjelom** za diskretni lanac).
- Formalna definicija Markovljevog lanca kontinualnog u vremenu je:

$$\begin{aligned} P(X(t_{n+1}) = x_{n+1} | X(t_n) = x_n, X(t_{n-1}) = x_{n-1}, \dots, X(t_1) = x_1) = \\ = P(X(t_{n+1}) = x_{n+1} | X(t_n) = x_n) \end{aligned}$$

## Principi telekomunikacionih mreža

### Stohastički proces

- U slučaju da su trenuci tranzicija diskretni, radi se **diskretnom lancu**.
- Važni Markovljevi lanci su:
  - **Proces rađanja i umiranja** (*birth and dead*), kod koga je iz stanja  $X=i$ , moguće preći samo u stanja  $X=i+1$  ili  $X=i-1$ .
  - **Procesi reprodukcije** (*renewal*) koji predstavljaju dolazne procese čistog rađanja. Vremena između dva dolaska su nezavisna ali imaju identične raspodjele. Primjer je Poasonov dolazni proces kod kojeg vrijeme između dva dolaska ima eksponencijalnu raspodjelu, konstantnog parametra.
  - **Semi-Markovljevi lanci** se karakterišu vremenom boravka u određenom stanju koje ima opštu raspodjelu. Posmatranjem ovih lanaca u trenucima tranzicija stanja dobijamo *imbedded* Markovljev lanac, koji se može riješiti kao Markovljev lanac u diskretnom vremenu.

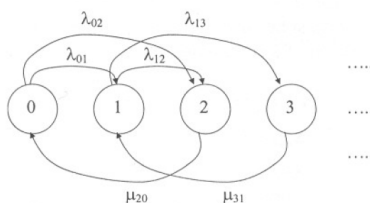
Telekomunikacione mreže 3-25

25

## Principi telekomunikacionih mreža

### Markovljev lanac

- Opisuje se **dijagramima stanja** koji se sastoje od **stanja** (kružići) i **dozvoljenih tranzicija** između njih (linije sa strelicama).
- Kod lanaca **kontinualnih u vremenu** tranzicija se može javiti **u bilo kojem trenutku** i opisane su **parametrom eksponencijalne raspodjele**.



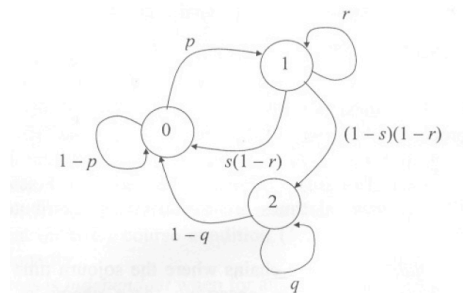
Telekomunikacione mreže 3-26

26

## Principi telekomunikacionih mreža

### Markovljev lanac

- Kod lanaca **diskretnih u vremenu** tranzicija se može javiti **u tačno definisanim trenucima** i opisani su **vjerovatnoćama tranzicija**
- Vjerovatnoće tranzicija zavise od **geometrijske raspodjele** vremena zadržavanja u posmatranom stanju.
- Stanja mogu imati tranziciju **u same sebe**.
- Suma svih vjerovatnoća napuštanja stanja mora biti jednaka **1**.



Telekomunikacione mreže 3-27

27

## Principi telekomunikacionih mreža

### Poasonov dolazni proces

- Koristi se za opisivanje **broja dolazaka  $N_t$  u intervalu  $t$** .
- Ako se sa  $\lambda$  označi srednju dolazna brzina, za Poasonov dolazni važi:

$$P(N_t = k) = \frac{(\lambda t)^k}{k!} e^{-\lambda t}, \text{ za bilo koji interval } t$$

- Funkcija generisanja vjerovatnoća je

$$N_t(z) = \sum_{k=0}^{\infty} z^k \frac{(\lambda t)^k}{k!} e^{-\lambda t} = e^{-\lambda t} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\lambda t z)^k}{k!} = e^{-\lambda t} e^{\lambda t z} = e^{\lambda t(z-1)}$$

$$E(N_t) = \left. \frac{dN_t(z)}{dz} \right|_{z=1} = \left. \lambda t e^{\lambda t(z-1)} \right|_{z=1} = \lambda t$$

$$E(N_t^2) = \left. \frac{d^2 N_t(z)}{dz^2} \right|_{z=1} + \left. \frac{dN_t(z)}{dz} \right|_{z=1} = (\lambda t)^2 e^{\lambda t(z-1)} \Big|_{z=1} + \lambda t e^{\lambda t(z-1)} \Big|_{z=1} = (\lambda t)^2 + \lambda t$$

Telekomunikacione mreže 3-28

28

## Principi telekomunikacionih mreža

Poasonov dolazni proces

$$IDC_t = \frac{Var(N_t)}{E(N_t)} \quad \text{indeks disperzivnosti}$$

- ❑  $IDC_t=1$  - Poasonova raspodjela
- ❑  $IDC_t < 1$  - dolazni proces je **uglačan** (smoothed)
- ❑  $IDC_t > 1$  - dolazni proces je **šiljast** (peaked)
- ❑ Što je manja vrijednost parametra više dolazaka se pojavljuje u regularnim intervalima.
- ❑  $IDC_t=0$  proces je **deterministički**.
- ❑  $IDC_t > 1$ , dolasci se pojavljuju u **grupama** (bursts). Ovi procesi izazivaju iznenadno punjenje reda čekanja i samim tim visoke vrijednosti srednjeg kašnjenja.
- ❑ Veće IDC, znači veće srednje kašnjenje.

Telekomunikacione mreže 3-29

29

## Principi telekomunikacionih mreža

Poasonov dolazni proces

- ❑ Neka je  $t_a$  vrijeme između dolazaka za Poasonov dolazni proces.
- ❑ Neka je  $t=0$  trenutak posljednjeg dolaska paketa.
- ❑ **Događaj da će sledeći dolazak biti u proizvoljnom trenutku  $t$  je ekvivalentan događaju da u intervalu  $(0,t)$  nema dolazaka**
- ❑ Prema tome vjerovatnoća da će sledeći dolazak biti nakon trenutka  $t$  je jednaka vjerovatnoći da u intervalu  $(0,t)$  nema dolazaka

$$P(t_a > t) = e^{-\lambda t} \Leftrightarrow P(t_a \leq t) = 1 - e^{-\lambda t} \Leftrightarrow f_{t_a}(t) = \lambda e^{-\lambda t}, t \geq 0$$

- ❑ Očigledno je da  $t_a$  ima eksponencijalnu raspodjelu srednje vrijednosti  $1/\lambda$ .

**Vremena između dolazaka su nezavisna i imaju identičnu eksponencijalnu raspodjelu!**

Telekomunikacione mreže 3-30

30

## Principi telekomunikacionih mreža

### Poasov dolazni proces

- Ima široku primjenu u telekomunikacionim mrežama
- Opisuje dolaske novih poziva na telefonsku centralu u mreži sa komutacijom kola.
- Opisuje uspostavljanje novih Web sesija za posmatranog ISP-a ili korisnika.
- Dolazak email poruka na e-mail server.
- Dolazak paketa u slučajnim i neslučajnim protokolima pristupa.

## Principi telekomunikacionih mreža

### Poasonov dolazni proces

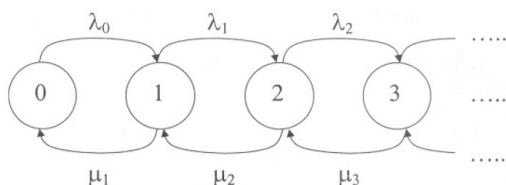
- Suma nezavisnih Poasonovih procesa je Poasonov proces čija je srednja brzina jednaka sumi srednjih brzina nezavisni Poasonovih procesa.
- Slučajno razdvajanje Poasonovog dolaznog procesa srednje dolazne brzine  $\lambda$  na  $n$  različitih puteva sa vjerovatnoćama  $p_i$  ( $i=1,2,\dots,n$ ) na svakom putu generiše Poasonov proces srednje brzine  $\lambda p_i$
- ...



## Principi telekomunikacionih mreža

### Markovljev lanac rađanja i umiranja

- Markovljevi lanci kontinualni u vremenu koji opisuju ponašanje "populacije" čije stanje je prikazano prirodnim brojevima.
- Za posmatrano stanje  $k$ , dozvoljene su tranzicije samo u stanje  $k+1$  ili stanje  $k-1$ .
- Parametri Markovljevog lanca rađanja i umiranja:
  - $\lambda_i$  je srednja brzinu rađanja iz stanja  $i$  u stanje  $i+1$
  - $\mu_j$  je srednja brzinu umiranja iz stanja  $j$  u stanje  $j-1$ .
  - $P_n$  vjerovatnoća da se lanac nalazi u stanju  $n$ .



Telekomunikacione mreže 3-33

33

## Principi telekomunikacionih mreža

### Markovljev lanac rađanja i umiranja

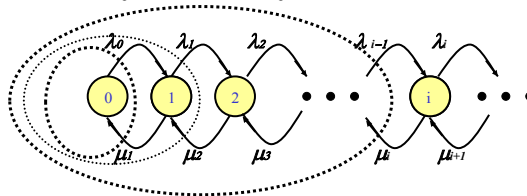
- Vremensko ponašanje ovog lanca je opisano Kolmogorov-Chapmanovim jednačinama.
- Interesantne su karakteristike lanca u ravnoteži, ako ona postoji.
- Dovoljan uslov da postoji ravnoteža je ispunjenost uslova ergodičnosti
  - $\exists$  indeks  $k_0$  tako da za  $\forall k \geq k_0$  važi  $\lambda_k / \mu_k < 1$
- Fizički smisao je da postoji stanje u kome je brzina rađanja manja od brzine umiranja.
- Ovaj lanac se može riješiti korišćenjem zakona o održanju fluksa.
- Treba kreirati na pogodan način zatvorene površine i primijeniti ovaj zakon.

Telekomunikacione mreže 3-34

34

# Principi telekomunikacionih mreža

## Markovljev lanac rađanja i umiranja



Dijagram stanja za proces rađanja i umiranja

Balansne jednačine za svaki presjek.

$$\lambda_0 P_0 = \mu_1 P_1 \Rightarrow P_1 = \frac{\lambda_0}{\mu_1} P_0$$

$$\lambda_1 P_1 = \mu_2 P_2 \Rightarrow P_2 = \frac{\lambda_1}{\mu_2} P_1 = \frac{\lambda_1 \lambda_0}{\mu_2 \mu_1} P_0$$

...

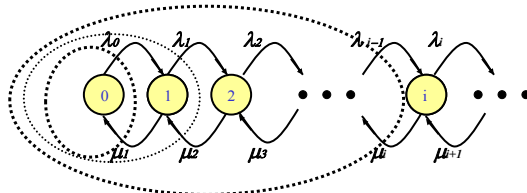
$$\lambda_{i-1} P_{i-1} = \mu_i P_i \Rightarrow P_i = \frac{\lambda_{i-1}}{\mu_i} P_{i-1} = P_0 \prod_{n=1}^i \frac{\lambda_{n-1}}{\mu_n}, \forall i \geq 1$$

Telekomunikacione mreže 3-35

35

# Principi telekomunikacionih mreža

## Markovljev lanac rađanja i umiranja



Dijagram stanja za proces rađanja i umiranja

Uslov normalizovanosti vjerovatnoća

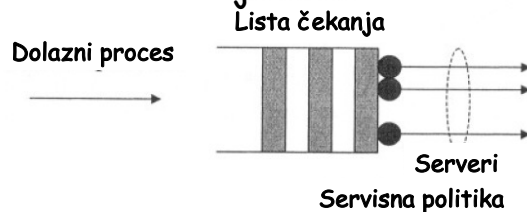
$$\sum_{i=0}^{\infty} P_i = 1 \Rightarrow P_0 \sum_{i=0}^{\infty} \frac{P_i}{P_0} = 1 \Rightarrow P_0 \left( 1 + \sum_{i=1}^{\infty} \prod_{n=1}^i \frac{\lambda_{n-1}}{\mu_n} \right) = 1 \Rightarrow P_0 = \frac{1}{1 + \sum_{i=1}^{\infty} \prod_{n=1}^i \frac{\lambda_{n-1}}{\mu_n}}$$

Telekomunikacione mreže 3-36

36

## Principi telekomunikacionih mreža

### Notacija za redove čekanja



- Kendalova notacija iz 1953. godine.
- A/B/C/D/E
- A - tip dolaznog procesa (M - Poasonov proces, GI - dolazni proces reprodukcije)
- B - statistika vremena posluživanja (M - eksponencijalna raspodjela, G - opšta raspodjela)
- C - je broj servera
- D - broj mjesta u redu čekanja
- E - broj izvora koji generišu saobraćaj

Telekomunikacione mreže 3-37

37

## Principi telekomunikacionih mreža

### Notacija za redove čekanja

- Servisna politika
  - First Input First Out (FIFO)
  - Last Input First Out (LIFO)
  - Slučajno
  - Round Robin (RR)
  - ....
- U polju telekomunikacija dolazni proces je tipično vezan za pojavljivanje telefonskih poziva ili poruka/paketa koji treba da budu poslani preko linka.
- Dolazni proces i proces posluživanja karakterišu saobraćaj.
- Neka  $\lambda$  predstavlja srednju dolaznu brzinu, a  $E(X)$  srednje vrijeme posluživanja.
- Intenzitet saobraćaja se definiše kao

$$\rho = \lambda E(X)$$

Telekomunikacione mreže 3-38

38

## Principi telekomunikacionih mreža

### Litlova teorema

- Redovi čekanja se mogu opisati:
  - Srednjim brojem zahtjeva ( $\bar{N}$ ) koji uključuje zahtjeve koji se poslužuju i one koje su na listi čekanja.
  - Srednjim kašnjenjem ( $\bar{T}$ ) koje unosi red čekanja od trenutka dolaska zahtjeva u red čekanja do završetka posluživanja.
- Teorema važi za najopštiji slučaj **G/G/S** pod sledećim pretpostavkama:
  - Red čekanja dostiže **ravnotežno stanje**
  - Red čekanja se opisuje **ergodičnim** procesom što znači da su trenutne srednje vrijednosti jednake stacionarnim srednjim vrijednostima
  - Red čekanja je **work-conserving** (serveri su uvijek dostupni za posluživanje zahtjeva i ne postoje situacije zaustavljanja posluživanja ako su serveri dostupni)

Telekomunikacione mreže 3-39

39

## Principi telekomunikacionih mreža

### Litlova teorema

Ako je red čekanja u trenutku  $t=0$  slobodan neka je:

- $\alpha(t)$  broj zahtjeva koji su stigli u intervalu  $(0,t)$ ,
- $\beta(t)$  broj zahtjeva koji su posluženi u intervalu  $(0,t)$ ,
- $t_i$  trenutak dolaska  $i$ -tog zahtjeva
- $t_i'$  trenutak odlaska (završetak posluživanja)  $i$ -tog zahtjeva
- $T_i = t_i' - t_i$  vrijeme koje je  $i$ -ti zahtjev proveo u redu čekanja
- $N(t) = \alpha(t) - \beta(t)$  broj zahtjeva u redu čekanja u trenutku  $t, t \geq 0$

Telekomunikacione mreže 3-40

40

## Principi telekomunikacionih mreža

### Litlova teorema

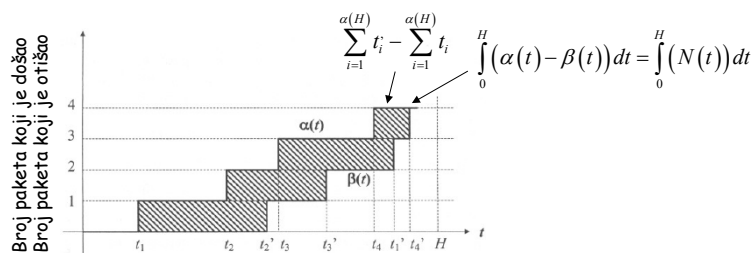
Ako se zanemari slučaj višestrukih dolazaka ili odlazaka u istom trenutku onda

- $\alpha(t)$  i  $\beta(t)$  variraju za vrijednost 1 (povećavaju za 1 prilikom dolaska zahtjeva, odnosno smanjuju za 1 prilikom posluživanja zahtjeva),
- $t_1 < t_2 < t_3 < t_4 \dots$
- Raspored  $t_i'$  zavisi od servisne politike (FIFO, LIFO, ...)
- Litlova teorema se izvodi za slučaj **opšte servisne politike**.

## Principi telekomunikacionih mreža

### Litlova teorema

Neka je  $H$  trenutak  $H$  u kome je  $\alpha(t) = \beta(t)$  tj  $N(t) = 0$ ,



Srednje kašnjenje zahtjeva koji se u red čekanja došli tokom intervala  $(0, H)$  je

$$\bar{T}_H = \frac{\sum_{i=1}^{\alpha(H)} T_i}{\alpha(H)} = \frac{\sum_{i=1}^{\alpha(H)} (t'_i - t_i)}{\alpha(H)} = \frac{\sum_{i=1}^{\alpha(H)} t'_i - \sum_{i=1}^{\alpha(H)} t_i}{\alpha(H)}$$

## Principi telekomunikacionih mreža

### Litlova teorema

- Pošto  $\bar{N}_H = \frac{1}{H} \int_0^H N(t) dt$  predstavlja srednji broj zahtjeva u redu čekanja u intervalu (0,H) a  $\bar{\lambda}_H = \frac{\alpha(H)}{H}$  je srednja dolazna brzina paketa u intervalu (0,H) onda slijedi

$$\bar{T}_H = \frac{\int_0^H (N(t)) dt}{\alpha(H)} = \frac{H}{\alpha(H)} \frac{1}{H} \int_0^H (N(t)) dt = \frac{\bar{N}_H}{\bar{\lambda}_H}$$

- Korišćenjem osobine ergodičnosti slijedi

$$\bar{T} = \frac{\bar{N}}{\lambda} \Leftrightarrow \bar{N} = \lambda \bar{T}$$

- Ova teorema se može dokazati i za slučaj  $a(t) > b(t)$

## Principi telekomunikacionih mreža

### Litlova teorema

Prethodna relacija se može koristiti za analizu dva dijela reda čekanja (liste čekanja i serverskog dijela). Neka je:

- $E[X]$  - srednje vrijeme posluživanja zahtjeva
- $E[W]$  - srednje vrijeme čekanja na posluživanje zahtjeva provedeno u redu čekanja prije posluživanja
- $\bar{N}_q$  - srednji broj zahtjeva u listi čekanja
- $\bar{N}_s$  - srednji broj zahtjeva čije je posluživanje u toku

## Principi telekomunikacionih mreža

### Litlova teorema

Slijede relacije:

$$\bar{T} = E(X) + E(W)$$

$$\lambda \bar{T} = \lambda E(X) + \lambda E(W) \Rightarrow \bar{N} = \bar{N}_s + \bar{N}_q$$

$$\bar{N}_s = \rho$$

$$\varphi = \frac{\bar{N}_s}{S} \quad \text{Faktor iskorišćenja servera } \varphi \in [0,1)$$

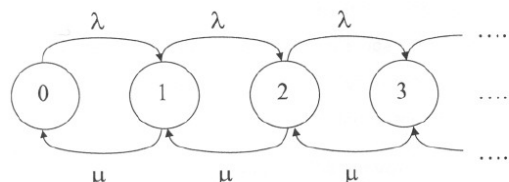
**Veoma važna teorema u telekomunikacijama zato što se svako čvorište može prikazati kao skup bafera povezanih na linkove.**

## Principi telekomunikacionih mreža

### M/M/1

Red čekanja sa sledećim karakteristikama:

- ❑ Poasonov dolazni proces srednje dolazne brzine  $\lambda$
- ❑ Eksponencijalno vrijeme posluživanja parametra  $\mu$
- ❑ Jedan server
- ❑ Beskonačna širina liste čekanja
- ❑ Beskonačan broj izvora saobraćaja



**Markovljev lanac rađanja i umiranja sa  $\lambda_i = \lambda$  i  $\mu_i = \mu$ .  
Intenzitet dolaznog saobraćaja  $\rho = \lambda/\mu$**

## Principi telekomunikacionih mreža

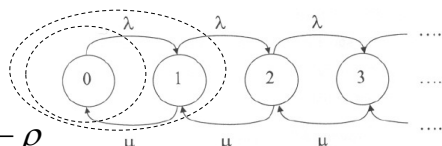
### M/M/1

Korišćenjem relacija datih za opšti slučaj Markovljevog lanca rađanja i umiranja dobija se

$$P_i = P_0 \left( \frac{\lambda}{\mu} \right)^i = P_0 \rho^i$$

$$P_0 = \frac{1}{1 + \sum_{i=1}^{\infty} \rho^i} = \frac{1}{\sum_{i=0}^{\infty} \rho^i} = 1 - \rho$$

$$P_i = (1 - \rho) \rho^i, \quad i \geq 0$$



Koja je ovo raspodjela?

Uslov ergodičnosti za stabilnost reda čekanja je ispunjen ako je intenzitet saobraćaja manji od 1E. To znači da je  $P_0 > 0$ , tj. red čekanja mora nekada biti prazan.

Telekomunikacione mreže 3-47

47

## Principi telekomunikacionih mreža

### M/M/1

$$P(z) = \sum_{i=0}^{\infty} (1 - \rho) \rho^i z^i = \frac{1 - \rho}{1 - z\rho}$$

$$\bar{N} = \sum_{i=0}^{\infty} i (1 - \rho) \rho^i z^i = \frac{dP(z)}{dz} \Big|_{z=1} = \frac{\rho}{1 - \rho}$$

$$\bar{T} = \frac{\bar{N}}{\lambda} = \frac{1}{\mu - \lambda}$$

$$\rho \rightarrow 1 \text{Erlang}$$

$$\gamma = \sum_{i=1}^{\infty} \mu (1 - \rho) \rho^i = \mu (1 - P_0)$$

*T ne zavisi od servisne politike, osim ako redosled posluživanja ne zavisi od vremena provedenog u redu čekanja.*

Red postaje zagušen, srednji broj paketa i srednje kašnjenje rastu.

Propusnost reda čekanja ili saobraćaj koji prenosi red čekanja.

U stabilnom stanju propusnost je jednaka  $\lambda$ .

Telekomunikacione mreže 3-48

48

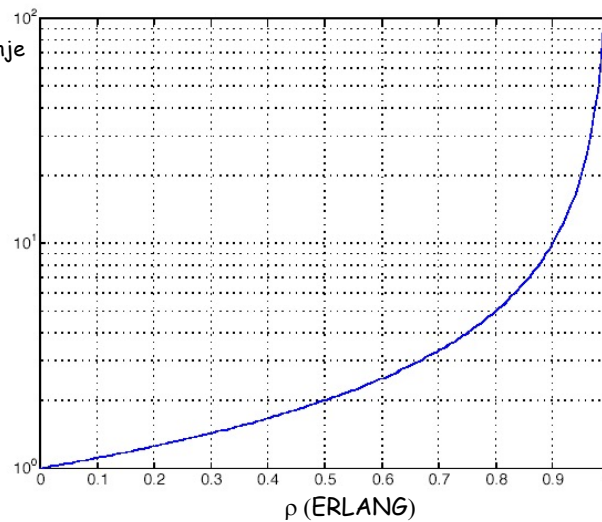


## Principi telekomunikacionih mreža

M/M/1

Normalizovano kašnjenje  
( $\bar{T}_\mu$ )

Koje je ovo od 4 već  
pomenuta kašnjenja?



Telekomunikacione mreže 3-49

49

## Principi telekomunikacionih mreža

Skalabilnost

- Hijerarhijsko rutiranje
- Best effort* servis
- E2E servis i *stateless* ruteri
- Hijerarhijska dodjela imena

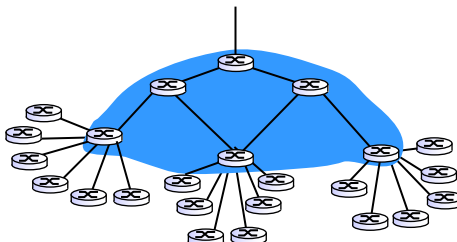
Telekomunikacione mreže 3-50

50

## Principi telekomunikacionih mreža

### Skalabilnost

#### Hijerarhijsko adresiranje



- Ako u nehijerarhijskoj mreži ima  $M=N^2$  rutera, svaki ruter u tabeli prosleđivanja treba da ima  $N^2-1$  ruta
- Kada su ruteri grupisani u mreže sa po  $N$  rutera svakom ruteru je potrebno  $N$  ruta do rutera iz svoje grupe i još  $N-1$  ruta na okosnici do ostalih mreža što je  $2N-1$  (značajno manje od  $N^2$ )
- Nehijerarhijsko (*flat*) umrežavanje ima smisla samo u mrežama sa malim brojem uređaja.

Telekomunikacione mreže 3-51

51

## Principi telekomunikacionih mreža

### Skalabilnost

#### Autonomni sistemi

- Ruteri se grupišu u “**autonomne sisteme**” (AS)
- ruteri u istom AS izvršavaju identični intra AS protokol rutiranja
- ruteri u različitim AS mogu izvršavati različite intra-AS protokole rutiranja
- Gateway ruter prosleđuje datagrame van AS

Telekomunikacione mreže 3-52

52

## Principi telekomunikacionih mreža

### Skalabilnost

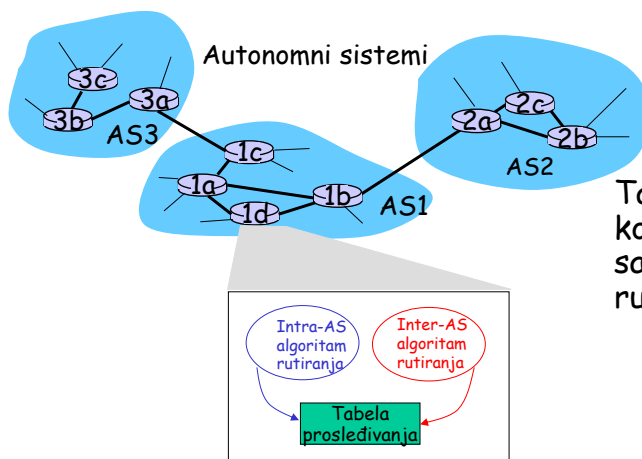


Tabela prosleđivanja se konfiguriše i sa intra-AS i sa inter-AS algoritmom rutiranja

- Intra-AS setuje sadržaje za interne destinacije
- Inter-AS & Intra-AS setuju sadržaje za eksterne destinacije

Telekomunikacione mreže 3-53

53

## Principi telekomunikacionih mreža

### Skalabilnost

#### Best effort servis

- Internet ne nudi nikakve garancije u pogledu performansi
- Ovakav servis se naziva *best effort* u smislu da mreža pokušava pakete preneti što bolje ali bez ikakvih garancija
- U telefoniji se prenosu govora precizno garantuju performanse (kašnjenje u jednom smjeru manje od 250ms)
- Prenos videa dobrog kvalitet zahtijeva brzinu prenosa veću od 50kb/s
- Prenos informacija, donošenje odluka i slanje komandi za upravljanje autonomnim vozilima zahtijeva kašnjenje u oba smjera od 1ms
- Pojavljuju se nove Internet aplikacije koje zahtijevaju sve zahtjevnije garancije

Telekomunikacione mreže 3-54

54

## Principi telekomunikacionih mreža

### Skalabilnost

#### End2End princip i *stateless* ruteri

- ❑ *Best effort* servis omogućava da ruteri ne moraju evidentirati pakete koje su prosljedili ili ne moraju uspostavljati konekcije za njihov prenos
- ❑ Generalni princip na Internetu je da ruteri imaju minimalan broj funkcija i da sve što ne moraju da rade rade hostovi na krajevima mreže (end2end princip)
- ❑ Ruteri prosleđuju svaki paket sam za sebe i ne čuvaju njihove kopije nakon prosleđivanja
- ❑ Zato su ruteri napravljeni kao *stateless* uređaji jer ne vode računa da li određeni paket pripada nekoj konekciji
- ❑ To značajno doprinosi njihovoj niskoj cijeni i robustnosti

## Principi telekomunikacionih mreža

### Skalabilnost

#### Hijerarhijska dodjela imena

- ❑ DNS automatski prevodi imena u IP adrese
- ❑ Imena servera imaju hijerarhijsku strukturu
- ❑ First level domeni (edu, com, me,...)
- ❑ Second level domeni (ac,...)
- ❑ ...
- ❑ Za svaki domen je zadužen poseban administrativni entitet koji administrira odgovarajući DNS server
- ❑ DNS je globalna distribuirana baza imena

## Principi telekomunikacionih mreža

### Arhitekture aplikacija

- ❑ Klijent/server
- ❑ P2P
- ❑ Cloud computing
- ❑ Content distribution
- ❑ Multicast/anycast
- ❑ Push/Pull
- ❑ Discovery

Telekomunikacione mreže 3-57

57

## Principi telekomunikacionih mreža

### Arhitekture aplikacija

#### Klijent/server

- ❑ Korisnikov host je klijent koji se povezuje na server
- ❑ Klijent od servera šalje zahtjeve na koje mu server šalje odgovore
- ❑ Komunikacija se obavlja isključivo između klijenta i servera, odnosno nema direktne komunikacije između klijenata
- ❑ Farme servera ili data centri
- ❑ Asimetričnost saobraćaja
- ❑ Primjer je web aplikacija
- ❑ Kod web aplikacije komunikacija počinje klikom na **hyper URL** link koji se sastoji od imena servera i imena fajla

Telekomunikacione mreže 3-58

58

## Principi telekomunikacionih mreža

### Arhitekture aplikacija

#### P2P

- ❑ Fajlovi nisu na serverima već na hostovima
- ❑ BitTorrent
  - Korisnik traži listu hostova (*peer-ova*) koji posjeduju djelove fajla
  - Korisnik može tražiti djelove fajla sa *peer-ova*
  - Korisnik može paralelno dobijati različite djelove fajla sa *peer* hostova
- ❑ Kapacitet servisa raste sa popularnošću fajla jer se fajl nalazi istovremeno na više mjesta
- ❑ Manje asimetričnog saobraćaja

## Principi telekomunikacionih mreža

### Arhitekture aplikacija

#### Cloud computing

- ❑ Korisnik koristi *computing service* data centra koji je dostupan preko mreže
- ❑ Umjesto kupovine i instalacije servisa korisnik iznajmljuje servis
- ❑ Korisnik može uploadovati svoj software na cloud radi njegovog izvršavanja na serverima data centra

## Principi telekomunikacionih mreža

### Arhitekture aplikacija

#### Content distribution

- ❑ Skup data centara na različitim lokacijama mreže radi bolje distribucije sadržaja korisnicima
- ❑ Na zahtjev korisnika odgovara server čija komunikacija sa korisnikom ima najbolje performanse
- ❑ Akamai, Netflix,...

## Principi telekomunikacionih mreža

### Arhitekture aplikacije

#### Multicast/Anycast

- ❑ Multicast predstavlja prenos fajla ili toka grupi hostova
- ❑ Hostovi su pretplaćeni na ovu vrstu servisa i od servera dobijaju informacije
- ❑ Ako je u grupi samo jedan host onda se radi o unicast prenosu
- ❑ Mreža može imati posebne uređaje koji repliciraju pakete kako bi se minimizovao broj duplih paketa na linkovima
- ❑ Twitter je multicast aplikacija.
- ❑ Anycast se odnosi na prenos sadržaja bilo kojem hostu iz grupe
- ❑ Primjer anycast servisa je slanje zahtjeva na koji može da odgovori bilo koji server iz grupe servera

## Principi telekomunikacionih mreža

### Arhitekture aplikacija

#### Push/Pull

- Kada korisnik pretražuje web njegov host povlači (*pull*) informacije sa servera
- Korisnik koji je pretplaćen na neke dnevne novine od servera dobija *push* service prema određenom rasporedu i kada je korisnik slobodan.

## Principi telekomunikacionih mreža

### Arhitekture aplikacije

#### Discovery

- U mnogim aplikacijama korisnik specificira sadržaje koje traži.
- Međutim postoje aplikacije koje otkrivaju i predlažu informacije za korisnika.
- Recimo gdje je obližnji restoran ili taxi...